

గణితం

10<sup>th</sup> Class (T.M) Reading Material

సాంఖ్యిక శాస్త్ర పితామహుడు సర్ రొనల్డ్ ఫిషర్



భారతదేశ సాంఖ్యిక శాస్త్ర పితామహుడు

ప్రశాంత చంద్ర మహల్ నోబిస్



Prepared By

**AVULA HARIKRISHNA YADAV**

**M.Sc., B.Ed.**

## 14. సాంఖ్యిక శాస్త్రం

సాంఖ్యిక శాస్త్రాన్ని ఇంగ్లీష్ లో 'స్టాటిస్టిక్స్' అంటారు. ఈ పదము స్టాటస్ అనే లాటిన్ పదం నుండి లేదా స్టాటిస్టా అనే ఇటాలియన్ పదం నుండి లేక స్టాటిస్టిక్ అనే గ్రీకు పదము నుండి ఉత్పన్నం అయింది. ఈ పదాలను రాజ్యం అని అర్థం.

- సాంఖ్యిక శాస్త్ర పితామహుడుగా సర్ రొనాల్డ్ ఫిషర్ పిలవబడుతున్నాడు.
- Father of Statistics in India అనే గౌరవాన్ని పొంది లండన్ లోని "రాయల్ సొసైటీ " సభ్యునిగా ఎంపికైన మొట్టమొదటి భారతీయ సాంఖ్యిక గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు పి.సి.మహల్ నోబిస్.

నిర్వచనము:- దత్తాంశ సేకరణ, వర్గీకరణ, వ్యాఖ్యానాలతో, కూడిన గణిత శాస్త్ర వ్యాగాన్ని " సాంఖ్యిక శాస్త్రం" అంటారు.

సాంఖ్యిక దత్తాంశం :- ఏ విషయ పరిశీలనలోనైనా కొన్ని షరతుల మేరకు సేకరించిన దత్తాంశాన్ని దాని నుండి సాంఖ్యిక పద్ధతుల ద్వారా రాబట్టిన ఫలితాలను లేదా నిర్ణయాలను " సాంఖ్యిక దత్తాంశం " అంటారు.

దత్తాంశ రకాలు :-

ప్రాథమిక దత్తాంశము :- దత్తాంశంలోని రాశులను మూలము నుండి నేరుగా సేకరించినచో దానిని ప్రాథమిక దత్తాంశం అంటారు.

గౌణ దత్తాంశం :- ముందుగానే సేకరింపబడియున్న దత్తాంశం లేక దత్తాంశముల నుండి సేకరించు దత్తాంశమును గౌణ దత్తాంశము అంటారు.

ముడి దత్తాంశము :- రాశులన్నింటినీ విడివిడిగా ప్రకటించు దత్తాంశమును " ముడి దత్తాంశము " అంటారు.

దత్తాంశ ప్రదర్శన :- సేకరించు దత్తాంశాన్ని తగిన విధంగా సంక్షిప్త పరచి పట్టికల రూపంలో, చిత్ర పటాల రూపంలోను ప్రదర్శిస్తే వాటి ద్వారా పరిశోధన చేసే విషయం గురించి కొన్ని సంబంధిత నిర్ణయాలు తీసుకోవటానికి సాధ్యమగును. ఇట్టి పద్ధతిని దత్తాంశ ప్రదర్శన అంటారు.

పౌనఃపున్య పట్టిక లేదా పౌనఃపున్య విభాజనము :- దత్తాంశాన్ని అనవగు రీతిలో వర్గీకరించి పట్టికలో తెలియజేసిన దానిని పౌనఃపున్య పట్టిక లేదా పౌనఃపున్య విభాజనము అంటారు.

పౌనఃపున్య విభాజనాలు తయారుచేయునపుడు దృష్టిలో ఉంచుకోవలసిన అంశాలు :-

1. తరగతులు కలగలుపు కాకూడదు
2. తరగతుల మధ్య ఖాళీలు ఉండకూడదు.
3. తరగతులన్నీ ఒకే అంతరాన్ని కలిగి వుండాలి.
4. తరగతులు విషదంగా ఉండాలి.
5. తరగతుల సంఖ్య ఎక్కువగా ఉండాలి.
6. దత్తాంశంలోని ప్రతి విలువ ఏదో ఒక తరగతికి మాత్రమే చెందాలి.

పౌనఃపున్య విభాజన ఏర్పాటు:-

1. సోపానం 1 :- వ్యాప్తిని కనుగొనాలి.
2. సోపానం 2 :- తరగతి అంతరంతో వ్యాప్తిని భాగించగా తరగతుల సంఖ్య వచ్చును.
3. సోపానం 3 :- దత్తాంశంలోని కనిష్ట సంఖ్యతో మొదలిడి కాని, దాని ముందున్న ఏదైనా సంఖ్యతో మొదలిడికాని తరగతులు వ్రాయవలెను.
4. సోపానం 4 :- దత్తాంశంలో ప్రతి సంఖ్యను చదివి అది చెందు తరగతి ఎదురుగా ఒక గణన చిహ్నం గీయవలెను. సులభంగా వుండుటకు గణన చిహ్నాలను 5 ఉండు కట్టలుగా ఏర్పాటుచేయవలెను.

పౌనఃపున్యము :- దత్తాంశాన్ని పౌనఃపున్య పట్టికలో చూపినపుడు ఒక్కొక్క తరగతిలో ఎన్ని వివరాలుండునో తెలుపు సంఖ్యను ఆ తరగతి “ పౌనఃపున్యం “ అంటారు.

తరగతి అవదులు :- ప్రతి తరగతి ఆద్యంతాలను ఆ తరగతి యొక్క దిగువ అవధి, ఎగువ అవధి అంటారు.

తరగతి హద్దులు :- ఒక తరగతి ఎగువ అవధి, తరువాత తరగతి దిగువ అవధుల సరాసరిని ఆ తరగతి ఎగువ హద్దు లేక యదార్థ ఎగువ హద్దు అంటారు.

తరగతి అంతరం :- రెండు వరుస తరగతుల దిగువ అవధుల తేడా లేక ఎగువ అవధుల తేడాను తరగతి అంతరం లేక తరగతి అంతరం పొడవు అంటారు.

- 0 – 9, 10 – 19, 20 – 29,----- వంటి తరగతులను “ వీలీన తరగతులు “ అంటారు.
- 0 – 10, 10 – 20, 20 – 30----- వంటి తరగతులను మినహాయింపు తరగతులు అంటారు.

వ్యాప్తి :- దత్తాంశంలోని గరిష్ట , కనిష్ట విలువల తేడాను ఆ దత్తాంశపు వ్యాప్తి అంటారు.

ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యము :- ఒక పౌనఃపున్య విభాజనములో మొదటి నుండి ఒక తరగతి యదార్థ ఎగువ హద్దు వరకు ఉండే పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని ఆ తరగతి ఎగువ హద్దు వరకు ఉండే ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం అంటారు.

ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనము :- ఒక పౌనఃపున్య విభాజనానికి చెందిన తరగతులు ఎగువ హద్దుల వీటికి సంబంధించిన ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యములు సూచించే పట్టికలను ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం అంటారు.

అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యం :- ఒక పౌనఃపున్య విభాజనంలో చివరి నుండి ఒక తరగతి దిగువ హద్దు వరకు ఉండే పౌనఃపున్యాల మొత్తాన్ని అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యము అంటారు.

అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం :- ఒక పౌనఃపున్య విభాజనానికి చెందిన తరగతులు దిగువ హద్దుల వీటికి సంబంధించిన అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యములు సూచించే పట్టికలను అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య విభాజనం అంటారు

కేంద్రీయ స్థాన విలువలు

అంకగణిత సగటు ( లేక ) సగటు (లేక) సరాసరి:- ఇవ్వబడిన సాంఖ్యిక దత్తాంశముల యొక్క మొత్తమును వాని సంఖ్యచే భాగించగా వచ్చు భాగఫలమును అంకగణిత సగటు అంటారు.

$$\text{అవర్గీకృత దత్తాంశముల అంకగణిత సగటు ( } \bar{x} ) = \frac{\sum x}{n} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం రాశుల}}{\text{సంఖ్య}}$$

వర్గీకృత దత్తాంశాల అంకగణిత సగటు :-

ప్రత్యక్ష పద్ధతి :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{f}$$

f = పౌనఃపున్యము , x = రాశి

విచలన పద్ధతి:

$$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

a = ఊహించిన అంకగణిత సగటు , f = పౌనఃపున్యము , d<sub>i</sub> = x<sub>i</sub> - a, ∑ f<sub>i</sub> = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

సంక్షిప్త విచలన పద్ధతి :-

$$\bar{x} = a + \left[ \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right] c$$

a = ఊహించిన అంకగణిత సగటు , f = పౌనఃపున్యము , ∑ f<sub>i</sub> = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

$$u_i = \frac{x_i - a}{c} = i \text{ వ తరగతి మధ్యవిలువ నుండి ప్రతిపాదించబడిన మధ్యవిలువకు గల విచలనము}$$

x<sub>i</sub> = iవ తరగతి మధ్య విలువ

మధ్యగతము :- ఆరోహణ క్రమంలో గాని, అవరోహణ క్రమంలోగాని వర్గీకృతముకాని దత్తాంశంలోని విలువలను రాసిన, వానిలో సరిగ్గా మధ్యవిలువను “ మధ్యగతము” అంటారు.

ఇవ్వబడిన అవర్గీకృత దత్తాంశంలో 'n' విలువల్ ఉన్నచో

1. n బేసిసంఖ్య అయిన  $\frac{n+1}{2}$  స్థానములోని విలువ మధ్యగతం అగును.
2. N సరిసంఖ్య అయినచో మధ్యవిలువలు రెండు ఉండును. అవి  $\frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1$  విలువలుండును.

వర్గీకరించబడిన దత్తాంశముల మధ్యగతము :-

$$M = L + \frac{N - F}{f} \times C$$

$L$  = మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు

$N$  = పౌనఃపున్యాల మొత్తం

$F$  = మధ్యగత తరగతికి ముందున్న తరగతి సంచిత పౌనఃపున్యం

$f$  = మధ్యగత తరగతి పౌనఃపున్యం

$C$  = తరగతి అంతరం

బాహుళకము :- ఏదైనా దత్తాంశంలో తరచుగా వచ్చిన విలువను బాహుళకము అంటారు. లేక దత్తాంశంలో అన్నింటికన్నా ఎక్కువ పౌనఃపున్యం గల అంశమును బాహుళకము అంటారు.

- బాహుళకమును  $Z$  అనే అక్షరంచే సూచిస్తారు.
- దత్తాంశమునకు బాహుళకము ఉండవచ్చును లేక లేకపోవచ్చును.
- బాహుళకము ఉన్నచో అది ఒకే ఒక అంశమే కానవసరం లేదు.
- ఒక్కొక్కప్పుడు బాహుళకము లేకపోవచ్చును.
- దత్తాంశానికి ఒకే బాహుళకము ఉన్నచో దానిని ఏకబాహుళకము అంటారు.
- దత్తాంశానికి రెండు బాహుళకములు ఉన్నచో దానిని ద్విబాహుళకము అంటారు.
- దత్తాంశానికి మూడు బాహుళకములు ఉన్నచో దానిని త్రిబాహుళకము అంటారు

. వర్గీకరించబడిన దత్తాంశముల బాహుళకము:-

$$\text{బాహుళకము ( Z )} = L + \frac{f - f_1}{2f - f_1 - f_2} \times C \quad (\text{లేక}) \quad Z = L + \frac{\Delta_1 C}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

$$(\Delta_1 = f - f_1, \Delta_2 = f - f_2)$$

$L$  = బాహుళకపు తరగతి దిగువ హద్దు

$f$  = బాహుళక తరగతి పౌనఃపున్యము

$f_1$  = బాహుళక తరగతి ముందు తరగతి పౌనఃపున్యం

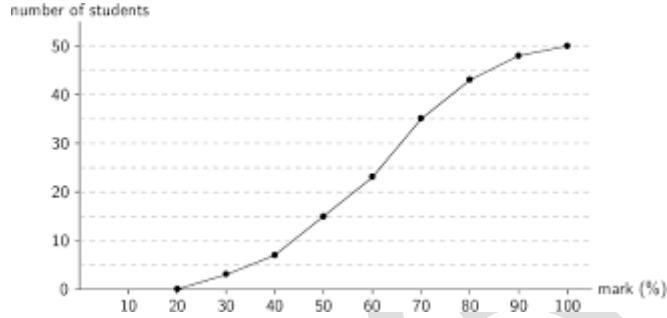
$f_2$  = బాహుళక తరగతి తరువాతి తరగతి పౌనఃపున్యం

అంకగణిత సగటు, మధ్యగతము, బాహుళకము మధ్య గల అనుభావిక సంబంధం

బాహుళకము = 3 X మధ్యగతము - 2 X అంకగణిత సగటు

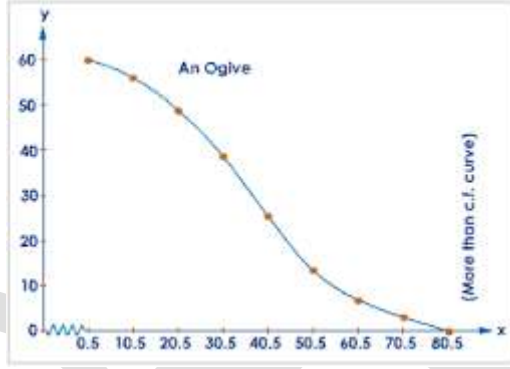
ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రము లేక ఓజీవ్ వక్రము :-

ఈ వక్రమును గీయుటకు X – అక్షంపై ఎగువ హద్దులు Y – అక్షంపై ఆరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యములను తీసుకోవాలి.



అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్య వక్రము లేక ఓజీవ్ వక్రము :-

ఈ వక్రమును గీయుటకు X – అక్షంపై దిగువ హద్దులు Y – అక్షంపై అవరోహణ సంచిత పౌనఃపున్యములను తీసుకోవాలి.



ఒజీ అనే ఫ్రెంచ్ పదము నుండి ఒజీవ్ అను పదము తయారైనది. ఒజీ అనగా పుటాకారంగా మొదలై కుంభాకార వక్రంగా అంతమయ్యే ఆకారం. దాదాపు ఆంగ్ల అక్షరం S వంటి ఆకారం 14,15 శతాబ్దాలలో గోతిక్ పద్ధతి నిర్మాణములలో ఇది ఒక ప్రముఖమైన ఆకారము.