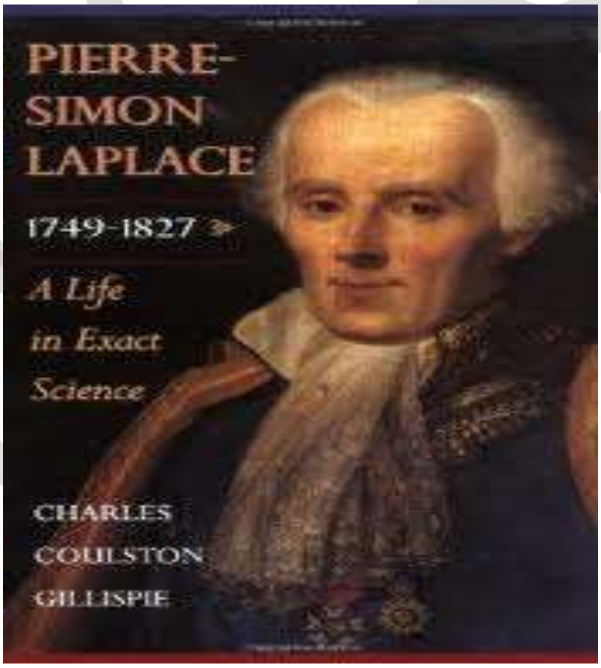
ANANTAPURBADI.BLOGSPOT.COM

గణితం

10th Class (T.M) Reading Material

పియర్ సిమ్సన్ లాప్లేస్



Prepared By

AVULA HARIKRISHNA YADAV

M.Sc., B.Ed.

13.సంభావ్యత

సంభావ్యత :- సంభావ్యతను మొట్టమొదటి సారిగా 1795లో పియర్ సిమ్సన్ లాప్లేస్ నిర్వచించాడు. 16వ శతాబ్దంలో జె.కార్డన్ అను ఇటలీకి చెందిన భౌతిక శాస్త్రవేత్త, గణితజ్ఞుడు " The Book on Games of Chance " పుస్తకాన్ని వ్రాయుటతో సంభావ్యత ఒక శాస్త్రంగా ఉద్భవించింది. జేమ్స్ బెర్నౌలి , ఎ.డ్.మావియర్ మరియు పియర్ సిమ్సన్ లు కూడా సంభావ్యత అధ్యయనానికి కృషి చేశారు.

నిర్వచనము :- సాధారణ విచక్షణను గణనలలోకి మార్చడమే సంభావ్యత.--- పియర్ సిమ్సన్ లాప్లేస్

(లేక)

సంభావ్యత అనగా నమ్మకం యొక్క కొలత.

ఉదా :- ఒక విద్యార్థి పదో తరగతి గణిత శాస్త్రంలో 100కు 90 మార్కులు వస్తాయనే నమ్మకం వుంది. 90 మార్కులు పొందడం అనేది అతని నమ్మకం. అతడి నమ్మకం కొలబడుతుంది. అందుకే నమ్మకం యొక్క కొలతను సంభావ్యత అందురు.

యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం :- ఒక ప్రయోగంలో ప్రయోగ ఫలితాలు ముందే తెలిసి వుండి, ప్రయోగం చేస్తున్నపుడు ఏ ఫలితం ముందు వస్తుందోచెప్పలేనిదై వుండి , ఆ ప్రయోగాన్ని ఎన్నిసార్లైనా చేయడానికి వీలుంటే, అటువంటి ప్రయోగాన్ని యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం అంటారు.

ఉదా :- నిష్పాక్షిక నాణేన్ని ఎగరవేయడం :- ఈ ప్రయోగంలో ఫలితాల జాబితా (బొమ్మ , బొరుసు) ముందే తెలుసు కానీ నాణేలను ఎగురవేస్తున్నపుడు ఏది వస్తుందో చెప్పలేము. ఈ నాణేన్ని ఎన్నిసార్లయినా ఎగురవేయవచ్చు. కావున ఇది యాదృచ్ఛిక ప్రయోగము.

ఘటన :- ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం యొక్క ప్రతి ప్ర్యవసానాన్ని ఘటనగా చెప్పవచ్చు.

ఘటన రకాలు :-

సమసంభవ ఘటనలు :- ఏదైనా యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలోని ఘటనలన్నింటినీ సంభవించడానికి సమాన అవకాశం వుంటే ఆ ఘటనలను సమసంభవ ఘటనలు అంటారు.

ఉదా:- 1) ఒక నాణేన్ని ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ లేదా బొరుసు రావడానికి సమాన అవకాశం వుంటుంది.

2) ఒక పాచికను దొర్లించినపుడు దాని ముఖంపై 1,2,3,4,5,6 అనే అంకెల్లో ఏదైనా ఒకటిరావడానికి సమాన అవకాశం వుండును.

పరస్పర వర్జిత ఘటనలు :- ఏదైనా యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలోని ఘటనల్లో ఒక ఘటన సంబవించడం మిగిలిన ఘటనలను నిరోదిస్తే, అలాంటి ఘటనలను పరస్పర వర్జిత ఘటనలు అంటారు.

ఉదా :- 1) పాచికను దొర్లించే ప్రయోగంలో మొత్తం ఆరు ఘటనలు ఒక దానికొకటి పరస్పర వర్జిత ఘటనలు. పాచిక ముఖంపై ఏదైనా ఒక అంకె రావడం మిగిలిన అంకెలు రావడాన్ని నిరోదిస్తుంది.

పూరక ఘటనలు :- ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన యొక్క అనుకూల ప్ర్యవసానాలు కాని ప్రతిరూప ఆవరణంలోని మిగిలిన అన్ని పర్యవసానాలు గల ఘటనలను మొదటి దాని యొక్క పూరక ఘటన అంటారు.

P(E) అనునది A యొక్క సంభావ్యత అయిన P($\bar{E}$) అనునది A యొక్క పూరక ఘటన సంభావ్యత అగును.

ఉదా:- నాణేన్ని ఎగురవేసినపుడు ఒక ఘటన బొమ్మ అయిన దాని పూరకఘటన బొరుసు అగును.

- ఎల్లప్పుడు P(E) + P($\bar{E}$) = 1

పూర్ణ ఘటనలు :- ఒక ప్రయోగంలోని అన్ని ఘటనల సమ్మేళనము ప్రతిరూప ఆవరణము అయిన, వానిని పూర్ణఘటనలు అంటారు.

ఉదా :- ఒక నాణెన్ని ఎగురవేసినపుడు

1) A అనునది బొమ్మ పడే ఘటన
2) B అనునది బొరుసు పడే ఘటన అయిన

   A మరియు B లు పూర్ణఘటనలు అవుతాయి. (ప్రయోగం చేసినపుడు ఈ రెండు ఘటనలలో కనీసం ఒక్కటైనా జరుగుతుంది)

ఖచ్చిత ఘటన :- ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన యొక్క సంభవము ఖచ్చితము మరియు సంభావ్యత 1 అయిన దానిని ఖచ్చిత లేక దృఢ ఘటన అంటారు.

ఉదా :- పాచికను ఒక్కసారి దొర్లించినపుడు 6 లేక 6 కన్నా తక్కువపడే సంభావ్యత

అసాధ్య ఘటన :- ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన ఎప్పుడూ సాధ్యపడక పోతే దానిని అసాధ్య ఘటన అంటారు.

ఉదా :- పాచికను దొర్లించినపుడు 7 పడే సంభావ్యత.

నాణ్యం యొక్క బొరుసు, బొమ్మలను ఈ క్రింది చిత్రంలో చూడవచ్చు.

పాచికను ఈ క్రింది చిత్రంలో చూడవచ్చు.

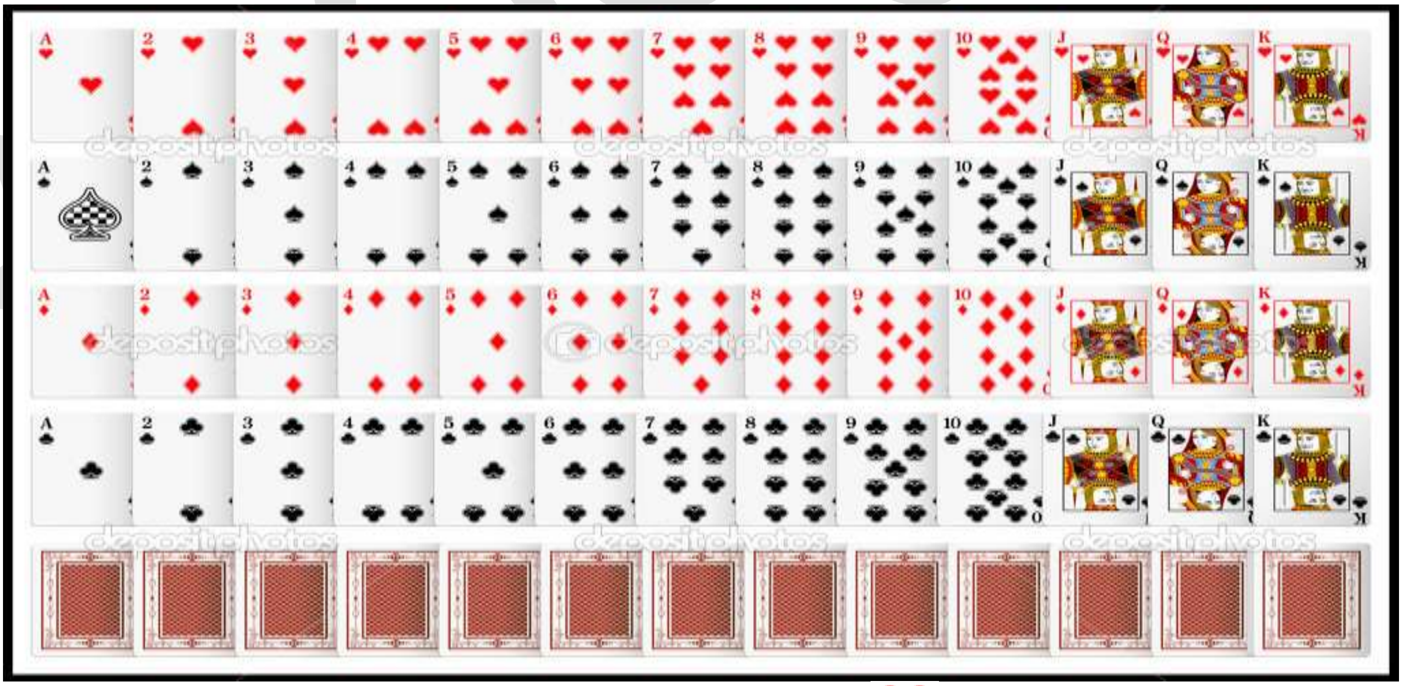
ప్రతిరూప ఆవరణము :- నాణెమును ఎగురవేయుట అనేది ససంభవ పర్యవసానాలు గల ప్రయోగంగా పరిగణిస్తాము. అనగా ప్రతిసారి రెండు సమసంభవ పర్యవసానాలు వుంటాయి. ఈ పర్యవసానాల సమూహమును ప్రతిరూప ఆవరణము అంటారు.

<u>సంభావ్యతను గణించుట</u> :- T అనే ఘటన యొక్క సైద్ధాంతిక సంభావ్యతను P(T) అని వ్రాస్తాము.

అనగా $$P\ (\ T\ ) = \frac{\text{ఘటన } T\text{కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్యప్రయోగంలో}}{\text{సాధ్యపడు అన్ని పర్యవసానాల సంఖ్య}}$$

పేక ముక్కలు కార్డులు సంభావ్యత :-

ఒక పేక కట్టలో మొత్తం 52 కార్డులు వుంటాయి. వాటిలో ఒక్కొక్కటి 13 కార్డులు గల 4 విభాగాలు ఉంటాయి.



పై చిత్రంలో ఆ విభాగాలు గుర్తులు నలుపు స్పేడ్ ఎరుపు హృదయం ఎరుపు డైమండ్ నలుపు కళావరులు

- ఖచ్చిత ఘటన యొక్క సంభావ్యత 1.
- అసంభవ ఘటన యొక్క సంభావ్యత 0.
- ఘటన E యొక్క సంభావ్యత P(E) సంఖ్యాత్మకం మరియు $0 \leq P(E) \leq 1$
- ఒకే ఒక అనుకూల పర్యవసానము గల ఘటనను ప్రాథమిక ఘటన అంటారు. ఒక ప్రయోగంలో అన్ని ప్రాథమిక ఘటనల సంభావ్యతల మొత్తం 1 అగును.
- E ఒక ఘటన అయిన Eకాదు అను ఘటన $\bar{E}$ తో సూచిస్తారు. దీనిని పూరక ఘటన అంటారు.

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$