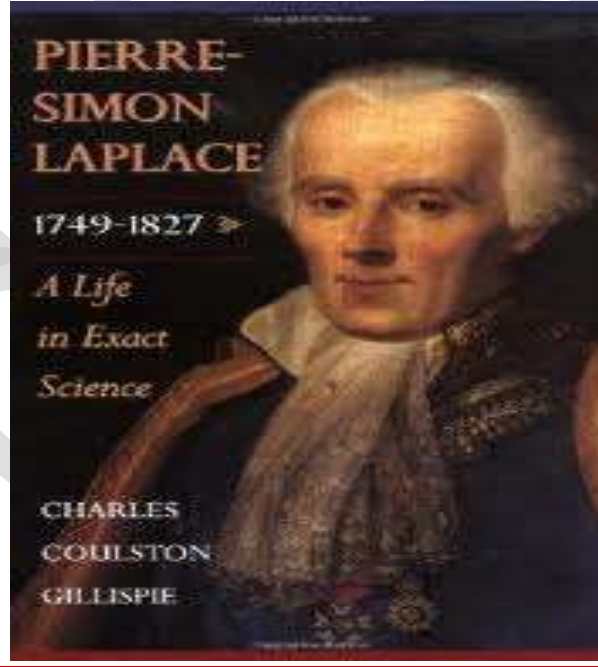


# గణితం

10<sup>th</sup> Class (T.M) Reading Material

పియర్ సిమ్సన్ లాప్లేస్



Prepared By

**AVULA HARIKRISHNA YADAV**

**M.Sc., B.Ed.**

## 13.సంభావ్యత

**సంభావ్యత :-** సంభావ్యతను మొట్టమొదటి సారిగా 1795లో పియర్ సిమ్పన్ లాప్లేస్ నిర్వచించాడు. 16వ శతాబ్దంలో జె.కార్లస్ అను ఇటలీకి చెందిన భౌతిక శాస్త్రవేత్త, గణితజ్ఞుడు “ The Book on Games of Chance “ పుస్తకాన్ని వ్రాయుటతో సంభావ్యత ఒక శాస్త్రంగా ఉద్భవించింది. జేమ్స్ బెర్నోలి , ఎ.డీ.మావియర్ మరియు పియర్ సిమ్పన్ లు కూడా సంభావ్యత అధ్యయనానికి కృషి చేశారు.

**నిర్వచనము :-** సాధారణ విచక్షణను గణనలలోకి మార్చడమే సంభావ్యత.--- పియర్ సిమ్పన్ లాప్లేస్  
( లేక )

సంభావ్యత అనగా నమ్మకం యొక్క కొలత.

**ఉదా :-** ఒక విద్యార్థి పదో తరగతి గణిత శాస్త్రంలో 100కు 90 మార్కులు వస్తాయనే నమ్మకం వుంది. 90 మార్కులు పొందడం అనేది అతని నమ్మకం. అతడి నమ్మకం కొలబడుతుంది. అందుకే నమ్మకం యొక్క కొలతను సంభావ్యత అందురు.

**యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం :-** ఒక ప్రయోగంలో ప్రయోగ ఫలితాలు ముందే తెలిసి వుండి, ప్రయోగం చేస్తున్నపుడు ఏ ఫలితం ముందు వస్తుందో చెప్పలేనిదై వుండి , ఆ ప్రయోగాన్ని ఎన్నిసార్లైనా చేయడానికి వీలుంటే, అటువంటి ప్రయోగాన్ని యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం అంటారు.

**ఉదా :- నిష్పాక్షిక నాణేన్ని ఎగురవేయడం :-** ఈ ప్రయోగంలో ఫలితాల జాబితా ( బొమ్మ , బొరుసు ) ముందే తెలుసు కానీ నాణేలను ఎగురవేస్తున్నపుడు ఏది వస్తుందో చెప్పలేము. ఈ నాణేన్ని ఎన్నిసార్లయినా ఎగురవేయవచ్చు. కావున ఇది యాదృచ్ఛిక ప్రయోగము.

**ఘటన :-** ఒక యాదృచ్ఛిక ప్రయోగం యొక్క ప్రతి ప్ర్యవసానాన్ని ఘటనగా చెప్పవచ్చు.

**ఘటన రకాలు :-**

**ససంభవ ఘటనలు :-** ఏదైనా యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలోని ఘటనలన్నింటినీ సంభవించడానికి సమాన అవకాశం వుంటే ఆ ఘటనలను సమసంభవ ఘటనలు అంటారు.

ఉదా:- 1) ఒక నాణేన్ని ఎగురవేసినపుడు బొమ్మ లేదా బొరుసు రావడానికి సమాన అవకాశం వుంటుంది.

2) ఒక పాచికను దొర్లించినపుడు దాని ముఖంపై 1,2,3,4,5,6 అనే అంకెల్లో ఏదైనా ఒకటిరావడానికి సమాన అవకాశం వుండును.

**పరస్పర వర్జిత ఘటనలు :-** ఏదైనా యాదృచ్ఛిక ప్రయోగంలోని ఘటనల్లో ఒక ఘటన సంభవించడం మిగిలిన ఘటనలను నిరోధిస్తే, అలాంటి ఘటనలను పరస్పర వర్జిత ఘటనలు అంటారు.

ఉదా :- 1) పాచికను దొర్లించే ప్రయోగంలో మొత్తం ఆరు ఘటనలు ఒక దానికొకటి పరస్పర వర్జిత ఘటనలు. పాచిక ముఖంపై ఏదైనా ఒక అంకె రావడం మిగిలిన అంకెలు రావడాన్ని నిరోధిస్తుంది.

**పూరక ఘటనలు** :- ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన యొక్క అనుకూల వ్యవస్థానాలు కాని ప్రతిరూప ఆవరణలోని మిగిలిన అన్ని పర్యవస్థానాలు గల ఘటనలను మొదటి దాని యొక్క పూరక ఘటన అంటారు.

$P(E)$  అనునది A యొక్క సంభావ్యత అయిన  $P(\bar{E})$  అనునది A యొక్క పూరక ఘటన సంభావ్యత అగును.

ఉదా:- నాణేన్ని ఎగురవేసినపుడు ఒక ఘటన బొమ్మ అయిన దాని పూరకఘటన బొరుసు అగును.

- ఎల్లప్పుడు  $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

**పూర్ణ ఘటనలు** :- ఒక ప్రయోగంలోని అన్ని ఘటనల సమ్మేళనము ప్రతిరూప ఆవరణము అయిన, వానిని పూర్ణఘటనలు అంటారు.

ఉదా :- ఒక స్టేన్ని ఎగురవేసినపుడు

- 1) A అనునది బొమ్మ పడే ఘటన
- 2) B అనునది బొరుసు పడే ఘటన అయిన

A మరియు B లు పూర్ణఘటనలు అవుతాయి. (ప్రయోగం చేసినపుడు ఈ రెండు ఘటనలలో కనీసం ఒక్కటైనా జరుగుతుంది)

**ఖచ్చిత ఘటన** :- ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన యొక్క సంభవము ఖచ్చితము మరియు సంభావ్యత 1 అయిన దానిని ఖచ్చిత లేక దృఢ ఘటన అంటారు.

ఉదా :- పాచికను ఒక్కసారి దొర్లించినపుడు 6 లేక 6 కన్నా తక్కువపడే సంభావ్యత

**అసాధ్య ఘటన** :- ఒక ప్రయోగంలో ఒక ఘటన ఎప్పుడూ సాధ్యపడక పోతే దానిని అసాధ్య ఘటన అంటారు.

ఉదా :- పాచికను దొర్లించినపుడు 7 పడే సంభావ్యత.

నాణ్యం యొక్క బొరుసు, బొమ్మలను ఈ క్రింది చిత్రంలో చూడవచ్చు.





పాచికను ఈ క్రింది చిత్రంలో చూడవచ్చు.



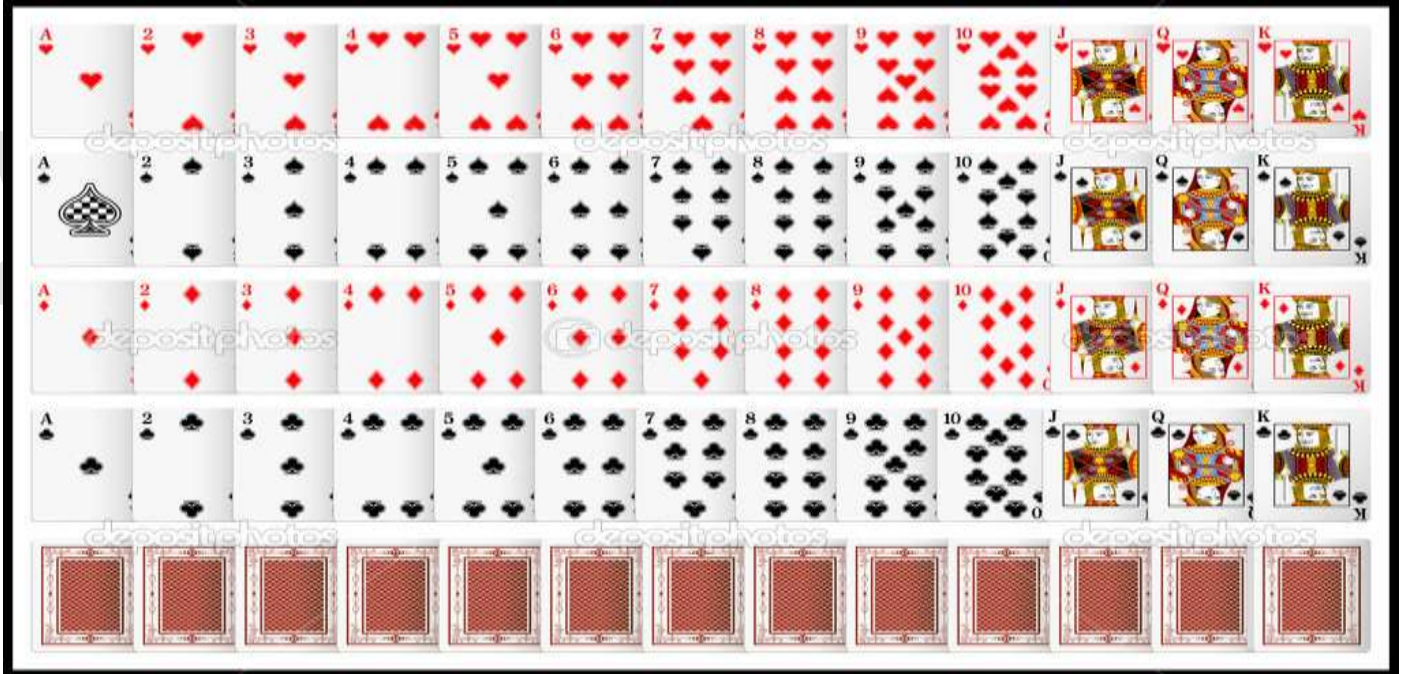
ప్రతిరూప ఆవరణము :- నాణెమును ఎగురవేయుట అనేది ససంభవ పర్యవసానాలు గల ప్రయోగంగా పరిగణిస్తాము. అనగా ప్రతిసారి రెండు సమసంభవ పర్యవసానాలు వుంటాయి. ఈ పర్యవసానాల సమూహమును ప్రతిరూప ఆవరణము అంటారు.

సంభావ్యతను గణించుట :- T అనే ఘటన యొక్క సైద్ధాంతిక సంభావ్యతను P( T ) అని వ్రాస్తాము.

$$అనగా P ( T ) = \frac{\text{ఘటన } T \text{ కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య ప్రయోగంలో}}{\text{సాధ్యపడు అన్ని పర్యవసానాల సంఖ్య}}$$

పేక ముక్కలు కార్డులు సంభావ్యత :-

ఒక పేక కట్టలో మొత్తం 52 కార్డులు వుంటాయి. వాటిలో ఒక్కొక్కటి 13 కార్డులు గల 4 విభాగాలు ఉంటాయి.



పై చిత్రంలో ఆ విభాగాలు గుర్తులు నలుపు స్పేడ్స్  ఎరుపు హృదయం  ఎరుపు డైమండ్  నలుపు

కళావరులు 

- ఖచ్చిత ఘటన యొక్క సంభావ్యత 1.
- అసంభవ ఘటన యొక్క సంభావ్యత 0.
- ఘటన E యొక్క సంభావ్యత  $P(E)$  సంఖ్యాత్మకం మరియు  $0 \leq P(E) \leq 1$
- ఒకే ఒక అనుకూల పర్యవసానము గల ఘటనను ప్రాథమిక ఘటన అంటారు. ఒక ప్రయోగంలో అన్ని ప్రాథమిక ఘటనల సంభావ్యతల మొత్తం 1 అగును.
- E ఒక ఘటన అయిన Eకాదు అను ఘటన  $\bar{E}$  తో సూచిస్తారు. దీనిని పూరక ఘటన అంటారు.

$$P(E) + P(\bar{E}) = 1$$