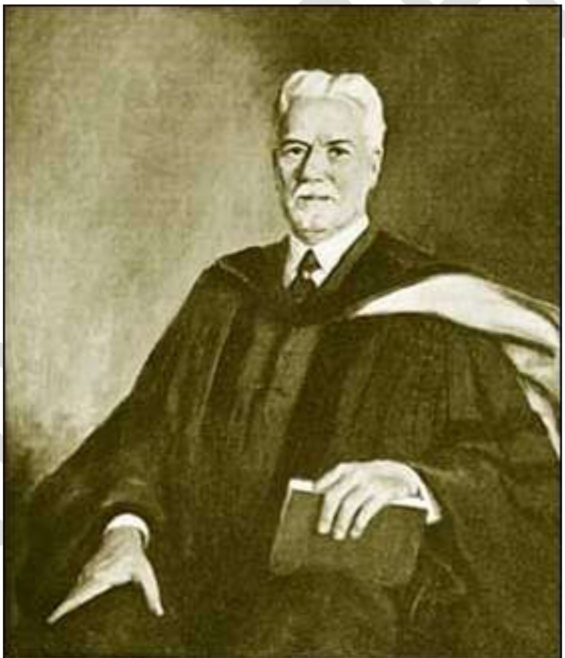
గణితం

10th Class (T.M) Reading Material

"టాన్ గ్రీ" అనే పదాన్ని మొట్టమొదట ప్రవేశపెట్టిన డెన్మార్క్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు థామస్ ఫిస్కే


PHOTOGRAPH OF PORTRAIT OF PROFESSOR T.S. FISKE

Prepared By

AVULA HARIKRISHNA YADAV

M.Sc., B.Ed.

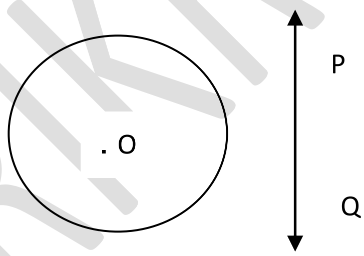
9.వృతానికి స్పర్శరేఖలు మరియు ఛేధన రేఖలు

వృత్తము :- ఒక తలంలో స్థిరబిందువు నుండి, స్థిర దూరంలో ఉన్నట్టి బిందువుల సమితిని వృత్తం అంటారు. ఆ స్థిర దూరాన్ని వ్యాసార్ధం అంటారు. ఆ స్థిర బిందువును కేంద్రం అంటారు.

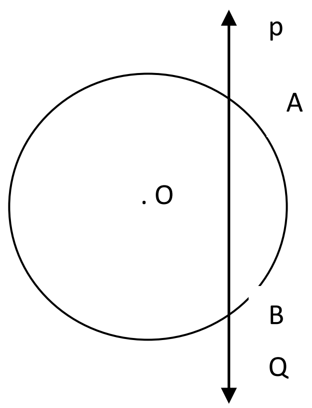
- వృత్తాకారంలో వున్న రేఖ యొక్క పొడవును వృత్త పరిది అంటారు.
- వృత్త పరిధి మీది ఏవేని రెండు బిందువులను కలుపు రేఖాఖండాన్ని ఆ వృత్త జ్యా అంటారు.
- వృత్తం మీది ఏవేని రెండు బిందువులను కలుపుతూ వృత్త కేంద్రం గుండా పోవు రేఖాఖండాన్ని వృత్త వ్యాసం అంటారు.
- వృత్త వ్యాసార్ధాన్ని r చే , వ్యాసాన్ని d చే సూచిస్తారు.
- వృత్తానికి వ్యాసార్థాలు, వ్యాసాలు , జ్యా లు అనంతం.
- ఒక వృత్త జ్యాలలో కెల్లా అతి పెద్ద జ్యా ను ఆ వృత్త వ్యాసం అంటారు.

ఒక రేఖ మరియు వృత్తము :- ' O ' కేంద్రంగా గల వృత్తము మరియు PQ రేఖను తీసుకొన్న ఈ క్రింది మూడు సందర్భాలను పరిశీలించండి.

సందర్భము 1 :- PQ రేఖకు మరియు వృత్తానికి బాహ్యంగా వుంది. ఈ సందర్భంలో PQ ను వృత్తానికి అఖండిత రేఖ అంటారు.

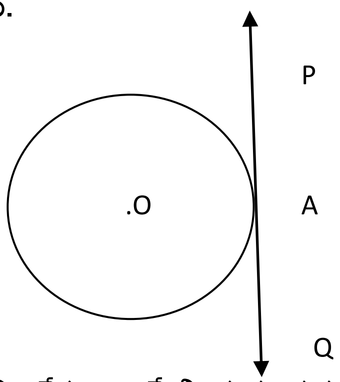


సందర్భం 2 :- PQ రేఖ వృత్తాన్ని రెండు బిందువులు A మరియు B వద్ద ఖండించింది. ఈ రెండు బిందువులతో AB జ్యా ఏర్పడింది. ఈ సందర్భంలో PQ రేఖను వృత్తానికి ఖండిత లేక ఛేధన రేఖ అందురు.



ఛేధన రేఖ :- ఒక రేఖ వృత్తాన్ని రెండు వేర్వేరు బిందువుల వద్ద ఖండిస్తే దానిని వృత్తానికి ఛేధన రేఖ అందురు.

సందర్భము 3 :- PQ రేఖకు వృత్తనికి ఒకే ఒక ఉమ్మడి బిందువు ఏర్పడింది. ఈ సందర్భంలో PQ రేఖను వృత్తానికి స్పర్శరేఖ అందురు.

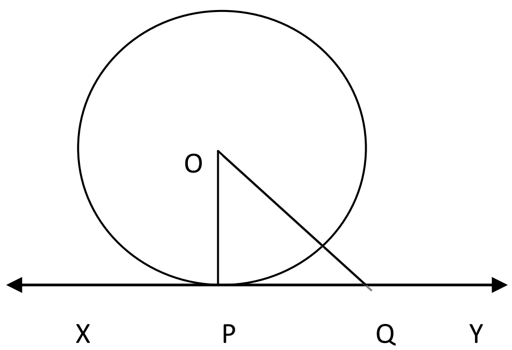


స్పర్శరేఖ :- ఒక రేఖ వృత్తాన్ని కేవలం ఒకే బిందువు వద్ద కలిస్తే ఆ రేఖను వృత్తానికి స్పర్శరేఖ అందురు. స్పర్శరేఖ అను పదము లాటిన్ పదం "టాన్ గ్రీ " నుండి వచ్చింది. దీని అర్థం స్పర్శించడం. ఈ పదాన్ని డెన్మార్క్ గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు థామస్ ఫిస్కీ 1583 సం. లో ప్రవేశపెట్టాడు.

ఉదా :- 1) మనం సైకిల్ చక్రాలను చూచినపడు అవి భూమిపై ఒకే రేఖ గుండా పోతుంటాయి. ఆ రేఖ చక్రానికి స్పర్శరేఖ అగును. 2) రైలు

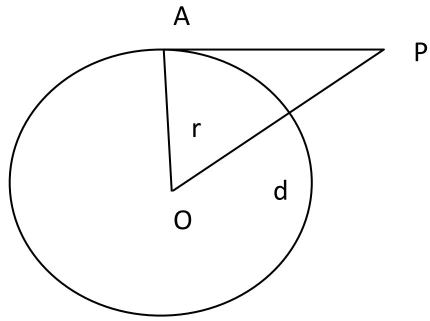
వృత్తానికి స్పర్శరేఖలు :-

- ఛేధన రేఖలోని రెండు బిందువులు మిళితమైనపుడు స్పర్శరేఖ ఏర్పడును. అనగా వృత్త ఛేధనరేఖ యొక్క అవధి స్పర్శరేఖ అగును.
- ఒక వృత్తము పై గల ఏదైనా బిందువు గుండా గీయబడిన స్పర్శరేఖ , ఆ స్పర్శ బిందువు వద్ద వాసార్థానికి లంబముగా వుంటుంది. అదేవిదంగా దీని విపర్యయము అనగా ఒక తలంలో వృత్తంపై వ్యాసార్థం యొక్క చివరి బిందువు గుండా గీయబడిన రేఖ దానికి లంబంగా వున్నచో ఆ రేఖ వృత్తానికి స్పర్శరేఖ అగును.

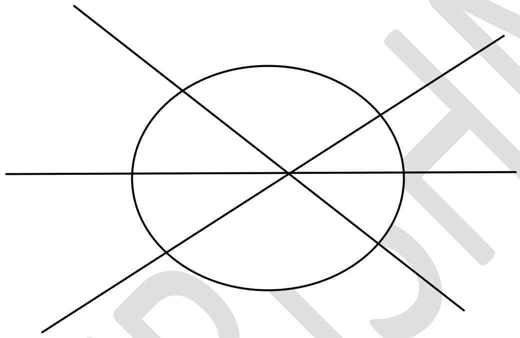


- వృత్త కేంద్రం నుండి బాహ్యబిందువు గల దూరం d, వృత్త వ్యాసార్ధం r అయిన స్పర్శరేఖ పొడవు

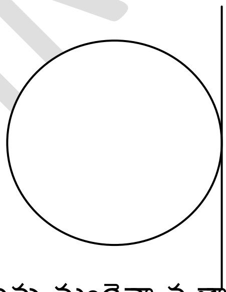
  $$\boldsymbol{AP = \sqrt{d^2 - r^2}}$$



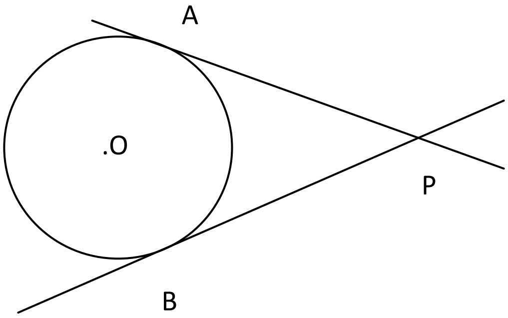
- వృత్త అంతరంలో గల ఏ బిందువు నుండైనా వృత్తానికి స్పర్శరేఖలు గీయుట సాధ్యము కాదు.



- వృత్తంపై గల ఏ బిందువు నుండైనా వృత్తానికి ఒకే ఒక స్పర్శరేఖ గీయగలము.

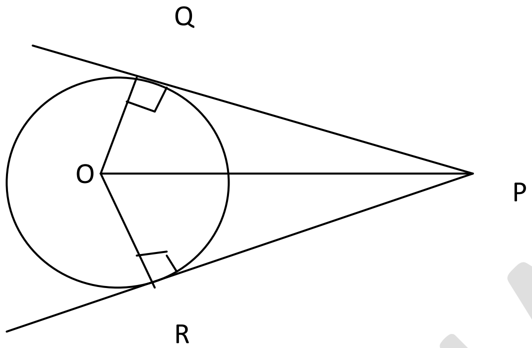


- వృత్తానికి బాహ్యంగా గల ఏ బిందువు నుండైనా వృత్తానికి రెండు స్పర్శరేఖలు మాత్రమే గీయగలము. ఇలా గీయబడిన రెండు స్పర్శరేఖల పొడవులు సమానము.

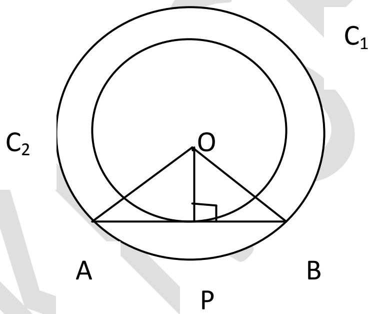


$$AP = BP$$

- వృత్తానికి బాహ్య బిందువు నుండి గీయబడిన స్పర్శరేఖల మధ్య ఏర్పడే కోణ సద్విఖండన రేఖపై ఆ వృత్తం యొక్క కేంద్రం వుంటుంది.

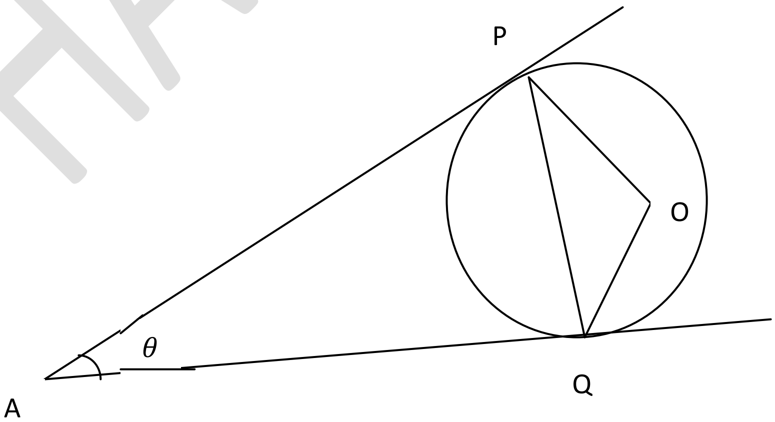


- రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తాలలో బాహ్య వృత్తము యొక్క జ్యా అంతర వృత్తము యొక్క స్పర్శబిందువు వద్ద సమద్విఖండన అగును.

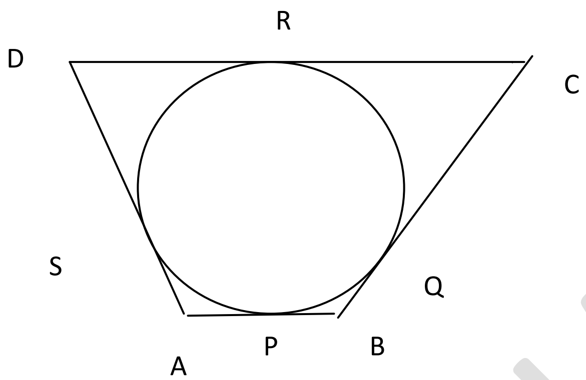


$AP = BP$

- 'O ' కేంద్రంగా గల వృత్తానికి బాహ్యబిందువు నుండి గీయబడిన స్పర్శరేఖలు AP మరియు AQ అయిన $\angle PAQ = 2\angle OPQ = 2\angle OPQ$

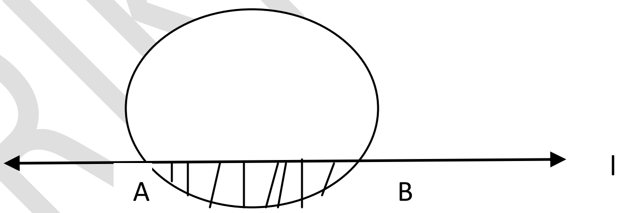


- ఒక వృత్తము ABCD చతుర్భుజాన్ని P, Q , R , S ల వద్ద తాకిన AB + CD = BC + DA అగును.



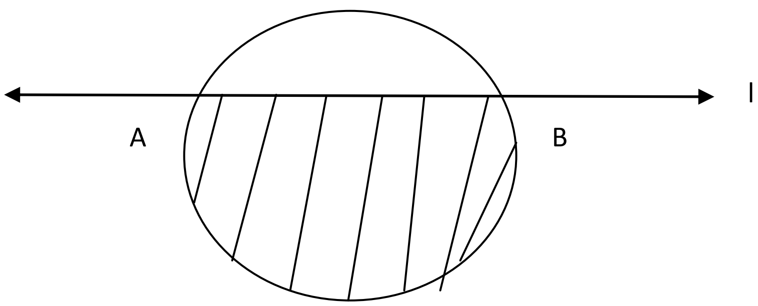
వృత్త ఖండ వైశాల్యము :-

- వృత్తం యొక్క కొంత భాగాన్ని చాపము అంటారు.
- వృత్తంపై గల రెండు బిందువులు రెండు చాపాలను నిర్ధారిస్తాయి. వాటిలో చిన్న దానిని అల్పచాపము అని పెద్ద దానిని అధిక చాపము అంటారు.
- వృత్తం యొక్క అల్ప చాపాన్ని కలిగి వున్న వృత్త ఖండాన్ని అల్పవృత్తఖండము అంటారు.



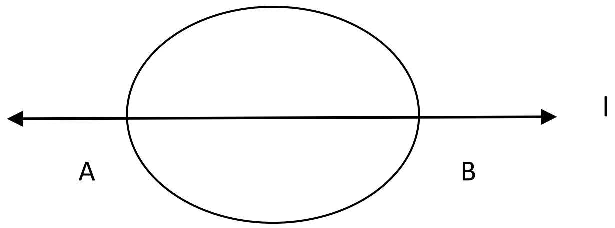
పై చిత్రంలో షేడ్ చేయబడిన భాగము అల్పవృత్తఖండాన్ని తెలుపును.

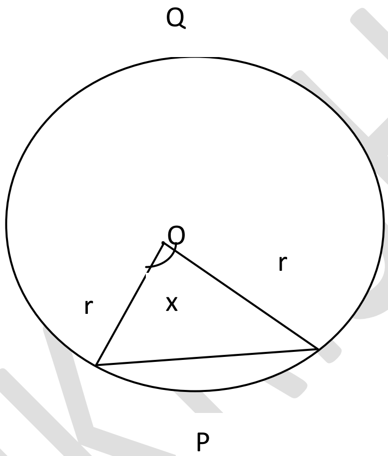
- వృత్తం యొక్క అధిక చాపాన్ని కలిగి వున్న వృత్తఖండాన్ని అధికవృత్తఖండము అంటారు.



పై చిత్రంలో షేడ్ చేయబడిన భాగము అధికవృత్తఖండాన్ని తెలుపును.

- వృత్త వ్యాసం ఆ వృత్తాన్ని రెండు అర్ధవృత్తాలుగ విభజించును.



- 

APB వృత్తఖండ వైశాల్యము = OAPB సెక్టార్ వైశాల్యము - ΔOAB వైశాల్యము

= $\frac{x}{360^\circ}$ X πr^2 - ΔOAB వైశాల్యము