

గణితం

10thClass (T.M) Reading Material

జర్మన్ శాస్త్రజ్ఞుడు కార్ల్ ఫ్రెడరిక్ గాస్ (1777 – 1855)



Prepared By

AVULA HARIKRISHNA YADAV

M.Sc., B.Ed.

6. శ్రేణులు

శ్రేణి :- ఒక నిర్దిష్ట సుత్రముననుసరించి ప్రతి పదము , దాని పూర్వపదములతో సంబంధం కలిగి యుండునట్లు వ్రాయబడు సంఖ్యల వరుసను శ్రేణి అంటారు. శ్రేణిలోని పదాలను $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ లచే సూచిస్తారు.

Ex: - 1,3,5,7,9..... , 2,4,6,8,10.....

శ్రేణులు 3 రకాలు అవి

1. అంక శ్రేణి
2. గుణ శ్రేణి
3. హారాత్మక శ్రేణి

అంక శ్రేణి :- మొదటి పదము మినహా మిగిలిన పదాలన్నీ దాని ముందున్న పదానికి ఒక స్థిర సంఖ్యను కలుపగా ఏర్పడిన సంఖ్యల వరుసలను అంకశ్రేణి అంటారు. దీనిని సంక్షిప్తంగా A.P అని వ్రాస్తాము. ఆ కలుపబడిన స్థిర సంఖ్యను సామాన్య బేదము లేక పదాంతరము అంటారు. దీనిని d చే సూచిస్తారు.

$$d = t_n - t_{n-1}$$

- అంకశ్రేణిలో మొదటి పదాన్ని a చే మరియు చివరి పదాన్ని t_n లేక b చే సూచిస్తారు.
- మొదటి పదము a మరియు స్థాంతరము d అయిన ఆ అంకశ్రేణి $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$ అగును.
- అంకశ్రేణిలోని పదాలను ఒక స్థిరసంఖ్యచే కూడినా, తీసివేసినా, గుణించినా, భాగించినా వచ్చేపదాలు అంకశ్రేణిలో వుంటాయి.
- అంకశ్రేణిలో మొదటి మరియు మూడవ పదాలను కూడగా అది రెండవ పదము యొక్క రెండు రెట్లకు సమానమగును.

$$a - d, a, a + d \quad \longrightarrow \quad a - d + a + a + d = 2a$$

- అంకశ్రేణిలో సాధారణ పదము లేక n పదము లేక చివరి పదము

$$t_n = a + (n - 1) d$$

- అంకశ్రేణిలో పదాల మొత్తముకు సూత్రమును కార్ల్ ఫ్రెడరిక్ గాస్ కనుగొన్నడు. దీనిని S_n చే సూచిస్తాము.

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) d]$$

(or)

$$S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

a = మొదటి పదము n = పదాల సంఖ్య l = చివరి పదము

- a , b, c అంకశ్రేణిలో వుంటే b ని a , c ల అంకమధ్యమము అంటారు. మరియు $b = \frac{a+c}{2}$
- a , b ల మధ్య n అంకమధ్యమాలుంటే పదాంతరము (d) = $\frac{b-a}{n+1}$
- a , b ల మధ్య P₁, P₂, P₃P_n అంకమధ్యమాలుంటే

$$P_1 + P_2 + P_3 \dots\dots\dots + P_n = \frac{n(a+b)}{2}$$

- మొదటి n సహజసంఖ్యల మొత్తం $(\sum n) = \frac{n(n+1)}{2}$
- మొదటి n సహజసంఖ్యల సరాసరి = $\frac{n+1}{2}$
- మొదటి n సహజసంఖ్యల వర్గాల మొత్తం $(\sum n^2) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- మొదటి n సహజసంఖ్యల ఘనాల మొత్తం $(\sum n^3) = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = (\sum n)^2$

గుణశ్రేణి :- ఒక శ్రేణిలో మొదటి పదము గాక మిగిలిన ప్రతి పదము దాని పూర్వపదమునకు ఒక స్థిరనిష్పత్తిలో వుంటే ఆ శ్రేణిని గుణ శ్రేణి అంటారు. ఆ స్థిరనిష్పత్తిని సామాన్యనిష్పత్తి అంటారు. దీనిని r చే సూచిస్తారు. ఈ శ్రేణిని సంక్షిప్తంగా G .P అని వ్రాస్తారు.

$$\text{గుణశ్రేణిలో } n\text{వ పదము } t_n = a \cdot r^{n-1}$$

a = మొదటి పదము r = సామాన్య నిష్పత్తి n = పదాల సంఖ్య

- గుణశ్రేణి మొదటి పదము a సామాన్య నిష్పత్తి r అయిన గుణశ్రేణిని a, ar , ar², arⁿ తో సూచిస్తారు.
- గుణశ్రేణిలోని పదాలను ఒక స్థిరసంఖ్యచే గుణించినా , భాగించినా వచ్చే పదాలు గుణశ్రేణిలో వుంటాయి.
- మొదటి పదము a సామాన్య నిష్పత్తి r అయిన గుణశ్రేణిలో n పదాల మొత్తం

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad (r > 1)$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \quad (r < 1)$$

$$S_n = n a \quad (r = 1)$$